

Pretpostavljamo da su poznate definicije ograničenog skupa, otvorenih skupova, (otvorenog) pokrivača, tačke nagomilavanja i granice niza. Familija skupova ima osobinu konačnog preseka ako svaka njena konačna potfamilija ima neprazan presek. Važi sledeća teorema.

Teorema 1 *Neka je $A \subset \mathbf{R}^n$. Sledeće rečenice su ekvivalentne.*

- *Svaki otvoreni pokrivač skupa A sadrži konačan potpokrivač (Hajne-Borelova osobina).*
- *Svaki beskonačni podskup skupa A ima tačku nagomilavanja i ona pripada skupu A (Bolcano-Vajerštrasova osobina).*
- *Svaki niz elemenata skupa A sadrži konvergentan podniz i granica tog podniza je element skupa A .*
- *A je zatvoren i ograničen.*
- *Svaka familija zatvorenih podskupova skupa A koja ima osobinu konačnog preseka ima neprazan presek (barem jednu zajedničku tačku).*

Skup A koji ima neku od gore navedenih osobina zove se *kompaktan* skup.

U beskonačno dimenzionalnim topološkim prostorima navedena teorema ne važi, pa se kompaktnost ne definiše kao zatvorenost i ograničenost, nego najčešće na sledeći način.

Definicija 1 *Topološki prostor (X, τ) je kompaktan ako i samo ako svaki otvoren pokrivač skupa X sadrži konačan potpokrivač.*

Jasno \mathbf{R}^n sa uobičajenom topologijom nije kompaktan prostor.

Potreban i dovoljan uslov za kompaktnost je da svaka kolekcija zatvorenih skupova koja ima osobinu konačnog preseka ima neprazan presek.

Podsetimo se, za dat topološki prostor (X, τ) i $A \subset X$, uređeni par (A, τ_A) , gde je τ_A kolekcija skupova dobijena presekom otvorenih skupova iz τ i skupa A jeste topološki prostor. Sada možemo definisati kompaktan skup.

Definicija 2 *Skup A je kompaktan u prostoru (X, τ) ako i samo ako je potprostor (A, τ_A) kompaktan topološki prostor.*

Može se dokazati da je A kompaktan ako i samo ako svaki otvoreni pokrivač skupa A sadrži konačan potpokrivač.