

Radni listić broj 9.

1. Da li je sledeća formula valjana:

$$((\forall x)(A(x) \Rightarrow B(x)) \wedge (\exists x)A(x) \wedge (\forall x)(A(x) \Rightarrow C(x))) \Rightarrow (\exists x)(B(x) \wedge C(x)).$$

2. Da li je sledeća formula valjana:

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((R(x,y) \wedge R(y,z) \Rightarrow R(x,z)) \Rightarrow (\forall x)(\forall y)(\forall z)((\neg R(x,y) \wedge \neg R(y,z) \Rightarrow \neg R(x,z)).$$

3. Da li je sledeće formula valjana:

$$(\exists x)(\forall y)(\exists z)((F(y,z) \Rightarrow F(x,z)) \Rightarrow (F(x,x) \Rightarrow F(y,x))).$$

4. Naći model za sledeći skup formula:

$$\{ (\exists x)(\exists y)R(x,y), (\forall x)(\forall y)(R(x,y) \Leftrightarrow (\exists z)(R(x,z) \wedge R(z,y))), (\forall x)\neg R(x,x) \}$$

5. a) Dokazati da formula ψ

$$((\exists x)(\exists y)R(x,y) \wedge (\forall x)(\forall y)(R(x,y) \Leftrightarrow (\exists z)(R(x,z) \wedge R(z,y)))) \Rightarrow (\exists x)R(x,x)$$

nije logički valjana.

b) Dokazati da je svaki model formule $\neg\psi$ beskonačan.

6. Proveriti da li su sledeće formule valjane:

a) $((\forall x)R(x,x) \wedge (\forall x)(\forall y)(R(x,y) \Rightarrow R(y,x))) \Rightarrow (\forall x)(\forall y)(\forall z)(R(x,y) \wedge R(y,z) \Rightarrow R(x,z))$

b) $((\forall x)R(x,x) \wedge (\forall x)(\forall y)(\forall z)(R(x,y) \wedge R(y,z) \Rightarrow R(x,z)) \Rightarrow (\forall x)(\forall y)(R(x,y) \Rightarrow R(y,x))$

c) $((\forall x)(\forall y)(\forall z)(R(x,y) \wedge R(y,z) \Rightarrow R(x,z)) \wedge (\forall x)(\forall y)(R(x,y) \Rightarrow R(y,x))) \Rightarrow (\forall x)R(x,x)$

7. Dokazati da sledeća formula nije valjana:

$$(\forall x)(\forall y)(\exists z)(A(x,y) \wedge B(x,z) \wedge B(y,z)) \Rightarrow (\forall x)(\exists y)(\forall z)(A(x,y) \wedge B(x,z) \wedge B(y,z)).$$

Zadaci za vežbu

1. Naći model za sledeći skup formula:

$$\{ (\forall x)(\exists y)(R(x,y) \vee R(y,x)), (\forall x)\neg R(x,x), (\exists x)(\forall y)\neg R(x,y), (\exists x)(\forall y)\neg R(y,x) \}$$

2. Data je formula ϕ : $\neg(\forall x)(P(x) \Rightarrow (\forall y)(P(y) \Rightarrow ((Q(x) \Rightarrow \neg Q(y)) \vee (\forall z)P(z))))$.

a) Naći model za formulu ϕ .

b) Da li je ϕ valjana?

3 Data je formula ϕ : $(\exists x)(\forall y)(F(x,y) \Rightarrow (\neg F(y,x) \Rightarrow (F(x,x) \Leftrightarrow F(y,y))))$.

a) Dokazati da ϕ nije valjana.

b) Dokazati da je ϕ tačna u svakom modelu sa ne više od 3 elementa.

4. Data je formula ϕ :

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)(R(x,x) \wedge (R(x,y) \wedge R(y,z) \Rightarrow R(x,z)) \wedge (R(x,y) \vee R(y,x))) \Rightarrow (\exists y)(\forall x)R(x,y).$$

a) Dokazati da ϕ nije valjana.

b) Dokazati da je ϕ tačna u svakom konačnom modelu.