

Početak teorije skupova

Razlozi za nastanak teorije skupova

- Sredinom XIX veka matematički materijal se toliko nagomilao, da je došlo krajnje vreme za sintezu i preispitivanje osnova matematike.
- U to vreme matematičari postaju svesniji potrebe za strogošću prilikom uvođenja novih pojmova ili pri konstrukciji dokaza
- Ispituju se osnovi matematičke analize (infinitesimalnog računa) i pokušava da se pronikne u smisao sistema realnih brojeva
- Prvi radovi iz teorije skupova su posvećeni skupovima brojeva i skupovima funkcija

Bernhard Bolzano, 1781-1848.

- Studirao u Pragu matematiku, filozofiju, fiziku, a kasnije i teologiju
- Pacifista, želeo reforme, isteran sa univerziteta
- Nije objavljivao u uticajnim časopisima, mnogi radovi tek posle smrti objavljeni
- “Paradoxien des Unendlichen”,
- Hteo celu matematiku (i nauku) da stavi u jedan okvir, na jedan temelj (“Theory of Science”)
- Primetio da postoji bijekcija između nekih realnih intervala i njihovih pravih podintervala
- Bolzano-Weierstrassova teorema

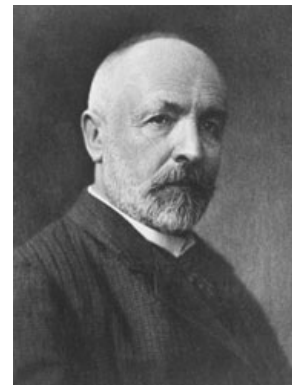


Richard Dedekind, 1831-1916.

- Radovi iz teorije brojeva, algebre, osnova matematike – ideali, algebarski brojevi, polja, moduli, mreže, Dedekindovi preseki,...
- Göttingen (doktorirao kod Gaussa)
- “Stetigkeit und irrationale Zahlen”, “Was sind und was sollen die Zahlen” (1888).
- Dopisivao se sa Cantorom (bili prijatelji)
- definicija beskonačnog skupa (“ono što je ekvipotentno sa svojim pravim podskupom”)
- Pripremio teren za pojavu apstraktne teorije skupova

Georg Cantor, 1845-1918.

- Smatra se da je on otac apstraktne teorije skupova, jer je prvi počeo razmatrati skupove sa proizvoljnim elementima
- U periodu 1871-1883 postavio temelje dobro uređenih skupova
- Skupove uvodi neformalno (“naivna teorija skupova”), nema aksiome
- Za primere uzimao skupove iz radne matematike tog doba
- Polazna tačka su mu bili Fourierovi redovi
- Osnovna ideja: bijekcije među skupovima - ekvipotentnost
- Cantor - biografija
- Sin bogatog trgovca (Jevrejin)



- Rođen u Petrogradu, ali se sa 11 godina seli sa porodicom u Frankfurt (očeva bolest, toplija klima)
- Otac odlučuje da njegov sin mora postati “blistava zvezda na tehničkom nebu”, a on želeo da studira matematiku
- Dve godine studira tehniku, pa mu otac dozvoljava da studira matematiku
- Berlin: predavanja Weierstrassa, Kummera, Kroneckera,...
- Radio u Halleu, maštao o Berlinu
- Razvija svoju teoriju beskonačnosti i izaziva protiv sebe Kroneckera, zbog tog sukoba nije mogao da pređe u Berlin
- Oženio se 1874 (a iste godine objavljuje svoj revolucionarni rad), 2 sina, 4 ćerke, i iste godine upoznaje Dedekinda (istinski pobornik Cantorovih ideja)
- Kronecker (1981): “Cantor svojim idejama kvari omladinu...”
- Sukob sa Kroneckerom ga uništava psihički, nervni slom, depresija, tek pred kraj Kroneckerovog života dolazi do relativnog pomirenja

Leopold Kronecker, 1823-1891

- Rođen u Leipzigu, bogati roditelji Jevreji, otac obrazovan...
 - Leopold savladao gradivo predviđeno školskim gradivom ističući se u svim predmetima
 - Voleo muziku, uspešan pevač i pijanista
 - Veliki uticaj na njega Hegelovo delo “Fenomenologija”
 - 1841. se usredređuje na matematiku
 - Značajni radovi iz algebarske teorije skupova, algebre,...
 - Bogatstvo mu omogućavalo da se bavi samo matematikom
 - 1860. postaje član Berlinske Akademije nauka i urednik časopisa “Crelle”
 - Zaduženja u akademiji izvršavao bez nadoknade
- Kronecker konstruktivista
- 1861-1881. predavao redovno na Univerzitetu u Berlinu
 - Radikalni konstruktivista: “Prirodni brojevi su jedini što nam je dragi Bog dao, sve ostalo je čovekova izmišljotina”
 - Ne prihvata brojeve za koje nemamo algoritam za generisanje cifara
 - Odbacuje problem aktuelne beskonačnosti kao veštački
 - Dozvoljavao samo one definicije matem. pojmova do kojih se stiže konačnim brojem koraka
 - Sukob sa mnogim matematičarima (recimo i sa Weierstrassom, ali to nije uzdrmalo njihovo prijateljstvo)



Cantorovi rezultati

- 1874, časopis “Crelle”: Über die Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen”
- 1879-1884 - (6 radova)
- definicija ekvipotentnosti,
- dokazao da je \mathbb{Q} prebrojiv,
- da je \mathbb{R} neprebrojiv (Cantorov dijagonalni postupak),
- partitivni skup je uvek veće kardinalnosti od samog skupa,

- dokazao osobine relacije “manje” među skupovima,
- formulisao CH,...
- Ordinali, kardinali,...
- Nije znao: da dokaže ili opovrgne CH, da dokaže trihotomiju relacije “manje”,...
- Njegova otkrića u početku primljena sa nepoverenjem, oko 1895. teorija skupova dostiže vrhunac, ALI - - - PARADOKSI!!!
- Prava kriza teorije skupova, logike, matematike...